Aufgabe 1. Implementiere den Absolutbetrag `betrag(x)`, die Wurzelfunktion `wurzel(x)` (mit dem Heron-Verfahren) und den Cosinus `cos(x)` als Funktionen.

Aufgabe 2.

a) Implementiere für $x \in \mathbb{R}$ und $n \in \mathbb{N}$ eine Funktion `power(x,n)`, die den Wert x^n berechnet. Wir verwenden dazu die Double-and-Add-Methode, d.h. die rekursive Formel

$$\text{power}(x,n) = \begin{cases} 1 & \text{wenn } n = 0 \\ x \cdot \text{power}\left(x^2, \frac{n-1}{2}\right) & \text{wenn } n \text{ ungerade} \\ \text{power}\left(x^2, \frac{n}{2}\right) & \text{wenn } n \text{ gerade} \end{cases}$$

b) Implementiere eine Potenzfunktion `naiv_power(x, n)`, indem du eine Schleife von 1 bis n laufen lässt und bei jedem Durchlauf eine mit 1 Initialisierte Variable mit x multipliziert. Berechne $0,9999999999^{2000000000}$ einmal mit `power(x, n)` aus a) und einmal mit `naiv_power(x, n)` (es sollte ca. $0,818731$ raus kommen).

c) * Implementiere die Double-and-Add-Methode iterativ, also ohne rekursiven Aufruf.

d) * Vergleiche die Laufzeiten der 3 Funktionen. Man kann wie folgt die Laufzeit messen:

```c
#include <stdio.h>
#include <time.h>
int main() {
        double zeit;
        /* Eigene Variablendeklarationen */
        zeit = clock();

        /* Programmcoder hier */

        /* Zeitdifferenz ausrechnen: */
        zeit = (clock()-zeit) / CLOCKS_PER_SEC;
        /* Zeitdifferenz ausgeben: */
        printf("%f\n",zeit);
        return 0;
}
```

Aufgabe 3. Diese Aufgabe wird auf eine `power(x, y)`-Funktion führen, die für beliebige $x \in \mathbb{R}^+$ und $y \in \mathbb{R}$ den Wert von x^y berechnet.

- Implementiere die Exponentialfunktion `expo(x)`, die e^x mit Hilfe folgender Reihendarstellung berechnet:

$$e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$$

- Implementiere eine Logarithmus-Funktion `logarithm(x)`, die $\ln(x)$ mit Hilfe folgender Reihendarstellung berechnet:

$$\ln(x) = 2 \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^{2k+1} \frac{1}{2k+1}$$

  Hinweis: Diese Approximation des Logarithmus ist um den Punkt $x = 1$ herum sehr genau, für größere Werte allerdings nicht. Man kann sich zu nutze machen, dass $\ln(x) = 2r\ln(\sqrt{2}) + \ln(2^{-r}x)$ gilt.

- Verwende die Formel

$$x^y = e^{y \cdot \ln(x)}$$

  um `power(x, y)` zu bestimmen.