



Aufgaben mit Sternchen sind Zusatzaufgaben, mache diese Aufgaben erst zum Schluss.

**Aufgabe 1.** a) Implementiere für  $x \in \mathbb{R}$  und  $n \in \mathbb{N}$  eine Potenzfunktion  $x^n = \text{power}(x, n)$  mit der folgenden Double-and-Add-Methode:

$$\text{power}(x, n) = \begin{cases} 1 & \text{wenn } n = 0 \\ x \cdot \text{power}(x^2, \frac{n-1}{2}) & \text{wenn } n \text{ ungerade} \\ \text{power}(x^2, \frac{n}{2}) & \text{wenn } n \text{ gerade} \end{cases}$$

- b) Implementiere eine Potenzfunktion `naiv_power(x, n)`, indem du eine Schleife von 1 bis  $n$  laufen lässt und bei jedem Durchlauf eine mit 1 initialisierte Variable mit  $x$  multipliziert. Berechne  $0,9999999999^{2000000000}$  einmal mit `power(x, n)` von oben und einmal mit `naiv_power(x, n)` (es sollte ca. 0,818731 raus kommen).
- c) \* Implementiere die Double-and-Add-Methode iterativ, also ohne rekursiven Aufruf.
- d) \* In den Übungen wird an der Tafel stehen, wie man im Programm die Zeit messen kann. Vergleiche die Laufzeiten der 3 Funktionen.

Flip me.



**Aufgabe 2.** Diese Aufgabe wird auf eine `power(x, y)`-Funktion führen, die für beliebige  $x \in \mathbb{R}^+$  und  $y \in \mathbb{R}$  den Wert von  $x^y$  berechnet.

- Implementiere die Exponentialfunktion `expo(x)`, die  $e^x$  mit Hilfe folgender Reihendarstellung berechnet:

$$e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$$

- Implementiere eine Logarithmus-Funktion `logarithm(x)`, die  $\ln(x)$  mit Hilfe folgender Reihendarstellung berechnet:

$$\ln(x) = 2 \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \left( \frac{x-1}{x+1} \right)^{2k+1} \frac{1}{2k+1}$$

- Verwende die Formel

$$x^y = e^{y \cdot \ln(x)}$$

um `power(x, y)` zu bestimmen.

**Aufgabe 3.** Implementiere:

- a)  $\log_a(x)$  mit beliebigen Argumenten  $a \in \mathbb{R}_+$  und  $x \in \mathbb{R}_+$
- b) Fakultät  $n!$  für  $n \in \mathbb{N}$
- c) für die  $k$ -te Wurzel aus  $x \in \mathbb{R}_{\geq 0}$  mit  $k \in \mathbb{R}_+$
- d) eine Funktion, die zu zwei Seiten eines Dreiecks und ihrem eingeschlossenen Winkel die Länge der dritten Seite zurück gibt