



Aufgaben mit Sternchen sind Zusatzaufgaben, mache diese Aufgaben erst zum Schluss.

Aufgabe 1. a) Implementiere für $x \in \mathbb{R}$ und $n \in \mathbb{N}$ eine Potenzfunktion $x^n = \text{power}(x, n)$ mit der Double-and-Add-Methode:

$$\text{power}(x, n) = \begin{cases} 1 & \text{wenn } n = 0 \\ x \cdot \text{power}(x^2, \frac{n-1}{2}) & \text{wenn } n \text{ ungerade} \\ \text{power}(x^2, \frac{n}{2}) & \text{wenn } n \text{ gerade} \end{cases}$$

zuerst mal rekursiv.

- b) Implementiere eine Potenzfunktion `naiv_power(x, n)`, indem du eine Schleife von 1 bis n laufen lässt und bei jedem Durchlauf eine mit 1 initialisierte Variable mit x multipliziert. Berechne $0,999999999^{2000000000}$ einmal mit `power(x, n)` von oben und einmal mit `naiv_power(x, n)` (es sollte ca. 0,818731 raus kommen).
- c) * Implementiere die Double-and-Add-Methode iterativ, also ohne rekursiven Aufruf.
- d) * In den Übungen wird an der Tafel stehen, wie man im Programm die Zeit messen kann. Vergleiche die Laufzeiten der 3 Funktionen.

Flip me.



Aufgabe 2. Diese Aufgabe wird auf eine `power(x, y)`-Funktion führen, die für beliebige $x \in \mathbb{R}^+$ und $y \in \mathbb{R}$ den Wert von x^y berechnet.

- Implementiere die Exponential-Funktion `expo(x)`, die e^x mit Hilfe folgender Reihendarstellung berechnet:

$$e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$$

- Implementiere eine Logarithmus-Funktion `logarithm(x)`, die $\ln(x)$ mit Hilfe folgender Reihendarstellung berechnet:

$$\ln(x) = 2 \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^{2k+1} \frac{1}{2k+1}$$

- Verwende die Formel

$$x^y = e^{y \cdot \ln(x)}$$

um `power(x, y)` zu bestimmen.

Aufgabe 3. Implementiere:

- a) $\log_a(x)$ mit beliebigen Argumenten $a \in \mathbb{R}$ und $x \in \mathbb{R}^+$
- b) Fakultät $n!$ für $n \in \mathbb{N}$
- c) für die k -te Wurzel aus $x \in \mathbb{R}_0^+$ mit $k \in \mathbb{R}^+$
- d) eine Funktion, die zu zwei Seiten eines Dreiecks und ihrem eingeschlossenen Winkel die Länge der dritten Seite zurück gibt